Dimensionnement d'un réseau de transport de gaz : analyse de la structure non-convexe du problème

Nicolas Omont[1], Laure Sinègre[2], Arnaud Renaud[1], Eglantine Flottes[2]

[1] Artelys ; 12, rue du Quatre Septembre, F-75002 Paris, France
info@artelys.com
[2] GDF SUEZ, Pôle Simulation Optimisation ; 361, avenue du Président Wilson, BP 33, F-93210 Saint-Denis La Plaine, France
{laure.sinegre,eglantine.flottes}@gdfsuez.com

Mots-Clés : *Optimisation non-linéaire, convexité, perte de charge, économies d'échelle, réseau de gaz, dimensionnement de réseau*

1 Introduction

GRTgaz exploite, maintient et développe le réseau de transport pour acheminer le gaz conformément aux meilleurs standards en termes de sécurité des installations et de respect de l'environnement. Pour répondre aux besoins de capacité des expéditeurs, GRTgaz investit de manière significative dans son réseau de transport et contribue ainsi à la construction du marché européen et au développement du marché français. La création de capacités supplémentaires nécessite d'installer de nouvelles canalisations et/ou d'augmenter la puissance de compression disponible en prenant en compte l'ensemble des données techniques, économiques et réglementaires. Or, choisir parmi toutes les combinaisons d'investissements possibles les plus pertinentes revient à résoudre un problème d'optimisation complexe car fortement non linéaire. Poursuivant la démarche proposée par André et al. [1], nous analysons la structure de ce problème d'optimisation, en particulier sa convexité. De cette analyse, découlent deux résultats et une formulation originale qui permet d'expliciter le caractère combinatoire.

2 Enoncé du problème et contributions

On souhaite dimensionner le réseau à moindre coût tout en s'assurant qu'il puisse faire face à un jeu d'injections ($I_n > 0$) et de soutirages ($I_n < 0$) données. Pour cela, il existe deux leviers. Le premier consiste à doubler une canalisation par une autre de diamètre D_c^D posée en parallèle sur une proportion ρ_c de sa longueur. Le second consiste à installer de la puissance supplémentaire de compression W_w^s. Notre objectif est donc de minimiser la somme des coûts des investissements liés à la pose de nouvelles canalisations : $C_c = \alpha_c D_c^D \rho_c$ et à l'installation de puissance supplémentaire : $C_w = \beta_w W_w^s$ où α_c et β_c représentent les coût unitaires. Ayant supposé les coûts linéaires la difficulté découle de la prise en compte des contraintes d'exploitation et en particulier des contraintes qui relient les débits Q_e et les carrés des pressions Π_n sur le réseau. Soit un réseau $(\mathcal{N}, \mathcal{E})$ composés de nœuds $n \in \mathcal{N}$ et d'arcs $e \in \mathcal{E}$. Un arc relie son nœud amont n_e^+ à son nœud aval n_e^-. Le débit sur l'arc Q_e en m^3/h est positif dans le sens amont vers aval. Les contraintes s'écrivent alors :

- la loi des noeuds qui traduit la conservation des débits : $I_n + \sum_{e|n_e^-=n} Q_e - \sum_{e|n_e^+=n} Q_e = 0$
- les relations entre pression et débit dans chaque arc dépendant de son type :

$$\begin{cases} |\Delta\Pi_c| X_c^d & \geq \lambda_c |Q_c|^d \text{ et } \Delta\Pi_c Q_c > 0 \quad \textit{(Canalisation c)} \\ W_w^0 + W_w^s & \geq \frac{\eta_w}{2} Q_w \left(\ln\left(\Pi_a\right) - \ln\left(\Pi_b\right)\right) \quad \textit{(Compresseur w)} \end{cases} \tag{1}$$

où $\Delta\Pi_c = \Pi_{n_c^+} - \Pi_{n_c^-}$, λ_c est la constante de perte de charge, D_c^I est le diamètre de la canalisation en m et $\Pi_a = \max(\Pi_{n_w^+}, \Pi_{n_w^-})$, $\Pi_b = \min(\Pi_{n_w^+}, \Pi_{n_w^-})$, W_w^0 est la puissance de compression en MW, η_w est la constante d'efficacité de la compression et où X_c est la capacité de la canalisation (proportionnelle au débit qui la traverse à pressions fixées) :

$$\frac{1}{X_c^d} = \frac{1-\rho_c}{D_c^{I^c}} + \frac{\rho_c}{\left(D_c^{I\,\frac{c}{d}} + D_c^{D\,\frac{c}{d}}\right)^d} \tag{2}$$

La contribution de cet article réside dans l'analyse du problème exposé ci-dessus. Les résultats suivant sont démontrés :

Théorème 1 (Diamètre optimal) *si $c \geq d \geq 1$, on peut réécrire le coût d'une canalisation :*

$$C_c = \begin{cases} \alpha_c D_c^I \frac{y_0^d (y_0 - 1)^{\frac{d}{c}}}{y_0^d - 1} \left(1 - \frac{D_c^{I^c}}{X_c^d}\right) & : \; D_c^{I\,\frac{c}{d}} \leq X_c \leq y_0 D_c^{I\,\frac{c}{d}} \\ \alpha_c \left(X_c - D_c^{I\,\frac{c}{d}}\right)^{\frac{d}{c}} & : \; y_0 D_c^{I\,\frac{c}{d}} \leq X_c \end{cases} \tag{3}$$

Où y_0 est l'unique racine strictement plus grande que 1 de l'équation $y^{d+1} - (c+1)\,y + c = 0$. Ceci permet de remplacer chaque couple de variable (ρ_c, D_c^D) par la seule capacité X_c.

Si le problème n'est pas convexe dans le cas général (les coûts des canalisations étant concaves par rapport au débit car $c \geq d$, lorsqu'il est possible de doubler deux canalisations différentes entre deux nœuds, il est toujours préférable de n'en doubler qu'une), nous avons démontré le résultat suivant :

Théorème 2 (Convexité par rapport aux pressions) *A débit fixé, le problème d'optimisation est convexe à condition de linéariser la relation débit-pression pour les compresseurs autour de Π_a^0 :*

$$W_w^0 + W_w^s \geq \frac{\eta_w}{2} Q_w \left(\ln\left(\Pi_a^0\right) + \frac{\Pi_a}{\Pi_a^0} - 1 - \ln\left(\Pi_b\right)\right) \tag{4}$$

3 Discussion

La combinaison de ces deux résultats permet de mettre en évidence que les économies d'échelles dues à la concavité des coûts de pose de canalisations est la source principale de la complexité du problème. De plus ils permettent de proposer une formulation pour la gérer tout en répondant à des problématiques concrètes de dimensionnement. Ces travaux constituent donc une étape importante dans la résolution de ce problème de dimensionnement. Les étapes ultérieures devront prendre en compte à la fois les fortes non-linéarités des relations débit-pression et la combinatoire induite par les économies d'échelles.

Références

[1] J. André and J. F. Bonnans. Optimal structure of gas transmission trunklines. *International Conference on Engineering Optimization*, Rio de Janeiro, Brazil, 2008. `http://www.cmap.polytechnique.fr/~bonnans/psfiles/AndreBonnansRio08.pdf`